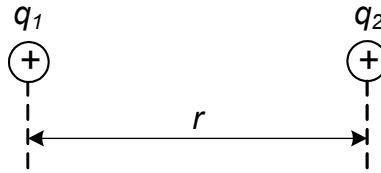


## zadatak 1

Dva tačkasta naelektrisanja  $q_1=q_2=5 \text{ pC}$  nalaze se na međusobnoj udaljenosti  $r=5 \text{ }\mu\text{m}$  u vazduhu, slika 1. Naći intenzitet sile koja djeluje između naelektrisanja i odrediti njen pravac i smjer. Poznato je  $\epsilon_0=8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ .



slika 1

Rješenje

Mehanička sila  $F$  koja djeluje između tačkastih naelektrisanja  $q_1$  i  $q_2$  koja se nalaze na međusobnom rastojanju  $r$  u homogenoj sredini definisana je Kulonovim zakonom:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{|q_1||q_2|}{r^2}, \quad (1)$$

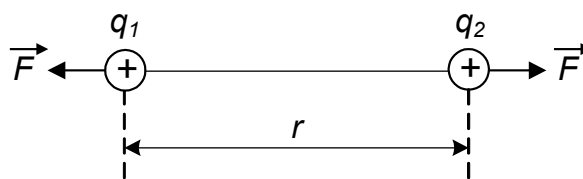
gdje je  $\epsilon$  dielektrična konstanta.

Dielektrična konstanta  $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$ , pri čemu je  $\epsilon_r$  relativna dielektrična konstanta koja za vazuh iznosi  $\epsilon_r = 1$ .

Na osnovu prethodnog, dobija se da je intenzitet sile koja djeluje između naelektrisanja:

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}} \frac{5 \cdot 10^{-12} \text{C} \cdot 5 \cdot 10^{-12} \text{C}}{(5 \cdot 10^{-6} \text{m})^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8.854} \text{N} \approx 9 \text{ mN}$$

Kulonova sila ima pravac duži koja spaja tačkasta naelektrisanja  $q_1$  i  $q_2$ . Smjer ove sile je odbojan, u slučaju istoimenih naelektrisanja, slika 2.



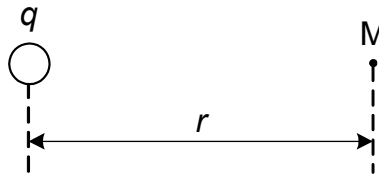
slika 2

## zadatak 2

Tačkasto naelektrisanje  $q$  nalazi se na rastojanju  $r=3 \text{ m}$  od tačke M u vazduhu, slika 3. Odrediti jačinu, pravac i smjer električnog polja, kao i električni potencijal u tački M, ukoliko je:

- $q=10 \text{ nC}$ ,
- $q=-10 \text{ nC}$ .

Poznato je  $\epsilon_0=8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ .



slika 3

Rješenje

Jačina električnog polja  $E$  usamljenog tačkastog naelektrisanja, u tački koja se nalazi na rastojanju  $r$  od njega, data je izrazom:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{|q|}{r^2}, \quad (2)$$

Električni potencijal u tački koja se nalazi na rastojanju  $r$  od tačkastog naelektrisanja  $q$  dat je izrazom:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r}, \quad (3)$$

a)

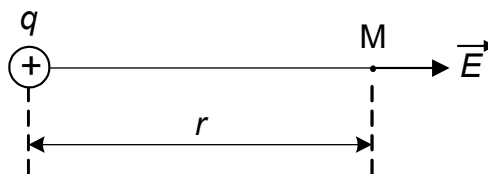
Na osnovu izraza (2) slijedi da je jačina električnog polja u tački M:

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}} \frac{10 \cdot 10^{-9} \text{C}}{(3 \text{ m})^2} \approx 10 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Na osnovu izraza (3) slijedi da je električni potencijal u tački M:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}} \frac{10 \cdot 10^{-9} \text{C}}{3 \text{ m}} \approx 30 \text{ V}$$

Električno polje koje potiče od usamljenog tačkastog naelektrisanja ima pravac duži koja spaja to naelektrisanje i tačku u kojoj se posmatra polje, dok je smjer u slučaju pozitivnog naelektrisanja od naelektrisanja, slika 4.



slika 4

b)

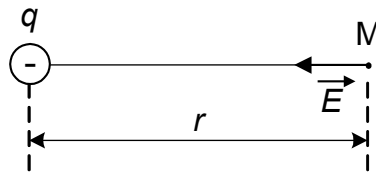
Na osnovu izraza (2) slijedi da je jačina električnog polja u tački M:

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}} \frac{10 \cdot 10^{-9} \text{C}}{(3 \text{ m})^2} \approx 10 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Na osnovu izraza (3) slijedi da je električni potencijal u tački M:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}} \frac{-10 \cdot 10^{-9} \text{C}}{3 \text{ m}} \approx -30 \text{ V}$$

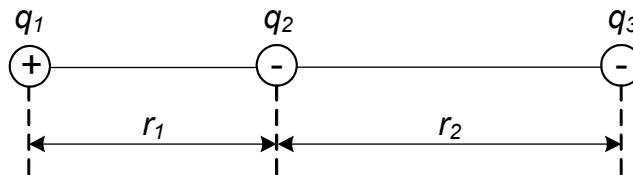
Električno polje koje potiče od usamljenog tačkastog naelektrisanja ima pravac duži koja spaja to naelektrisanje i tačku u kojoj se posmatra polje, dok je smjer u slučaju negativnog naelektrisanja ka naelektrisanju, slika 5.



slika 5

**zadatak 3**

Tri tačkasta naelektrisanja  $q_1=5 \text{ nC}$ ,  $q_2=-4 \text{ nC}$  i  $q_3=-9 \text{ nC}$  nalaze se u vazduhu, raspoređena kao na slici 6. Odrediti ukupnu silu koja djeluje na naelektrisanje  $q_2$ , ako je  $r_1=2 \text{ cm}$  i  $r_2=3 \text{ cm}$ . Poznato je  $\epsilon_0=8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ .



slika 6

Rješenje

Na osnovu relacije (1), intenzitet sile koja djeluje između naelektrisanja  $q_1$  i  $q_2$  iznosi:

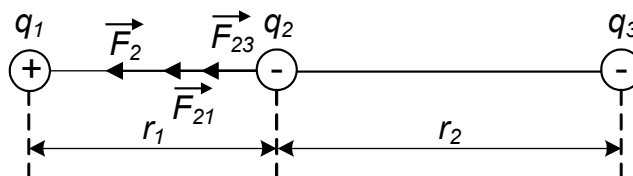
$$F_{21} = \frac{1}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}} \frac{5 \cdot 10^{-9} \text{C} \cdot 4 \cdot 10^{-9} \text{C}}{(2 \cdot 10^{-2} \text{m})^2} \approx 0.45 \text{ mN}$$

Na osnovu relacije (1), intenzitet sile koja djeluje između naelektrisanja  $q_2$  i  $q_3$  iznosi:

$$F_{23} = \frac{1}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}} \frac{4 \cdot 10^{-9} \text{C} \cdot 9 \cdot 10^{-9} \text{C}}{(3 \cdot 10^{-2} \text{m})^2} \approx 0.36 \text{ mN}$$

Rezultantna sila koja djeluje na naelektrisanje  $q_2$ , slika 7, iznosi:

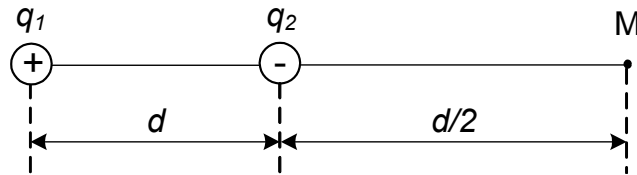
$$F_2 = F_{21} + F_{23} \approx 0.81 \text{ mN}$$



slika 7

**zadatak 4**

Dva tačkasta naelektrisanja  $q_1=9 \text{ nC}$  i  $q_2=-8 \text{ nC}$  nalaze se u vazduhu, raspoređena kao na slici 8. Odrediti jačinu polja u tački M ako je  $d=2 \text{ cm}$ . Poznato je  $\epsilon_0=8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ .



slika 8

Rješenje

Na osnovu relacije (2), jačina električnog polja koja potiče od tačkastog naelektrisanja  $q_1$  u tački M iznosi:

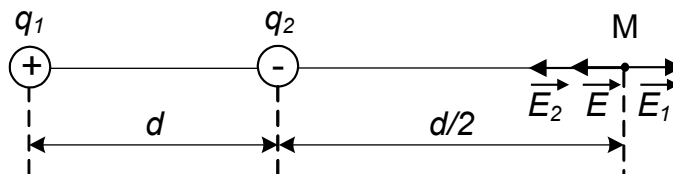
$$E_1 = \frac{1}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}} \frac{9 \cdot 10^{-9} \text{C}}{(3 \cdot 10^{-2} \text{m})^2} \approx 90 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

Na osnovu relacije (2), jačina električnog polja koja potiče od tačkastog naelektrisanja  $q_2$  u tački M iznosi:

$$E_2 = \frac{1}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}} \frac{8 \cdot 10^{-9} \text{C}}{(1 \cdot 10^{-2} \text{m})^2} \approx 720 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

Rezultatno polje u tački M, slika 9, iznosi:

$$E = E_2 - E_1 \approx 630 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$



slika 9

**zadatak 5**

Pločasti kondenzator ima površinu ploča  $S=1250 \text{ cm}^2$ , dok je rastojanje između ploča  $d=3 \text{ mm}$ . Izračunati kapacitivnost kondenzatora ako je između ploča:

- vazduh,
- dielektrik relativne dielektrične konstante  $\epsilon_r=5.2$ .

Poznato je  $\epsilon_0=8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ .

Rješenje

Kapacitivnost pločastog kondenzatora definisana je sljedećim izrazom:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}, \quad (4)$$

a)

Na osnovu izraza (4), dobija se da je kapacitivnost pločastog kondenzatora:

$$C = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \frac{1250 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}{3 \cdot 10^{-3} \text{m}} \approx 368.9 \text{ pF}$$

b)

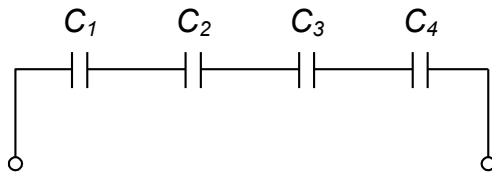
Na osnovu izraza (4), dobija se da je kapacitivnost pločastog kondenzatora:

$$C = 5.2 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \frac{1250 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}{3 \cdot 10^{-3} \text{m}} \approx 1918.4 \text{ pF}$$

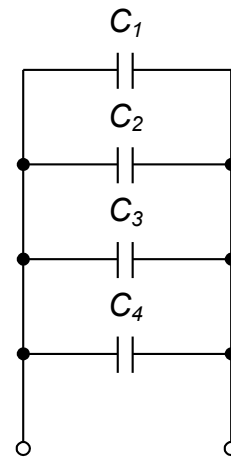
**zadatak 6**

Naći ekvivalentnu kapacitivnost ako su kondenzatori  $C_1=4 \mu\text{F}$ ,  $C_2=2 \mu\text{F}$ ,  $C_3=6 \mu\text{F}$  i  $C_4=8 \mu\text{F}$  vezani:

- redno,
- paralelno, slika 10.



a)



b)

slika 10

Rješenje

Ekvivalentna kapacitivnost za slučaj  $n$  redno vezanih kondenzatora se izračunava na sljedeći način:

$$\frac{1}{C_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}, \quad (5)$$

Ekvivalentna kapacitivnost za slučaj  $n$  paralelno vezanih kondenzatora se izračunava na sljedeći način:

$$C_e = \sum_{i=1}^n C_i, \quad (6)$$

a)

Na osnovu izraza (5), dobija se da je ekvivalentna kapacitivnost redno vezanih kondenzatora:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{4 \mu\text{F}} + \frac{1}{2 \mu\text{F}} + \frac{1}{6 \mu\text{F}} + \frac{1}{8 \mu\text{F}} = \frac{25}{24 \mu\text{F}}$$

$$C_e = \frac{24}{25} \mu\text{F}$$

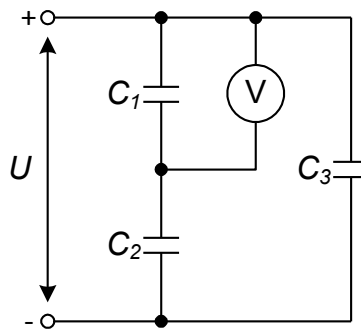
b)

Na osnovu izraza (6), dobija se da je ekvivalentna kapacitivnost paralelno vezanih kondenzatora:

$$C_e = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 20 \mu\text{F}$$

## zadatak 7

Za kolo prikazano na slici 11 odrediti naelektrisanja svih kondenzatora i napon  $U$ . Voltmetar pokazuje 200 V, dok su kapacitivnosti  $C_1=5 \mu\text{F}$  i  $C_2=C_3=10 \mu\text{F}$ .

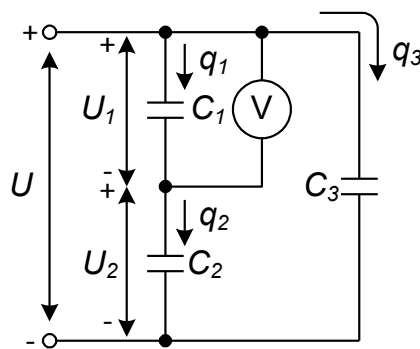


slika 11

Rješenje

Veza između kapacitivnosti kondenzatora  $C$ , napona između njegovih ploča  $U$  i količine naelektrisanja  $q$  data je izrazom:

$$q = UC \quad (7)$$



slika 12

Na osnovu relacije (7) i slike 12, slijedi da je količina naelektrisanja  $q_1$  na pločama kondenzatora  $C_1$ :

$$q_1 = U_1 C_1 = 200 \text{ V} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 1 \text{ mC}$$

pri čemu je  $U_1$  napon koji pokazuje voltmetar.

Naelektrisanje  $q_2$  na pločama kondenzatora  $C_2$  jednako je naelektrisanju  $q_1$  na pločama kondenzatora  $C_1$ :

$$q_2 = q_1 = 1 \text{ mC}$$

Napon  $U_2$  između ploča kondenzatora  $C_2$ , na osnovu relacije (7) i slike 12 iznosi:

$$U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ C}}{10 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 100 \text{ V}$$

Napon  $U$  je jednak sumi napona  $U_1$  i  $U_2$  i predstavlja napon između ploča kondenzatora  $C_3$ :

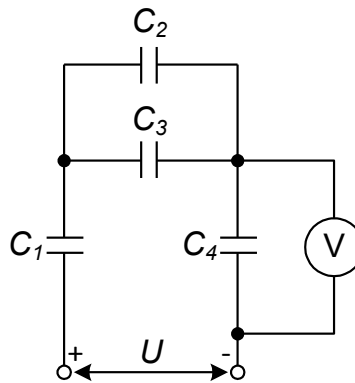
$$U = U_1 + U_2 = 300 \text{ V}$$

Na osnovu relacije (7) i slike 12, slijedi da je količina naelektrisanja  $q_3$  na pločama kondenzatora  $C_3$ :

$$q_3 = UC_3 = 300 \text{ V} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 3 \text{ mC}$$

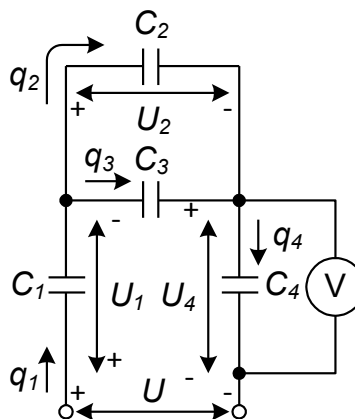
### zadatak 8

Za kolo prikazano na slici 13 odrediti naelektrisanja svih kondenzatora i napon  $U$ . Voltmetar pokazuje 30 V, dok su kapacitivnosti  $C_1=15 \mu\text{F}$ ,  $C_2=20 \mu\text{F}$ ,  $C_3=10 \mu\text{F}$  i  $C_4=30 \mu\text{F}$ .



slika 13

### Rješenje



slika 14

Na osnovu relacije (7) i slike 14, slijedi da je količina naelektrisanja  $q_4$  na pločama kondenzatora  $C_4$ :

$$q_4 = U_4 C_4 = 30 \text{ V} \cdot 30 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 900 \mu\text{C}$$

pri čemu je  $U_4$  napon koji pokazuje voltmetar.

Naelektrisanje  $q_1$  na pločama kondenzatora  $C_1$  jednako je naelektrisanju  $q_4$  na pločama kondenzatora  $C_4$ . Suma naelektrisanja  $q_2$  i  $q_3$  na pločama kondenzatora  $C_2$  i  $C_3$ , respektivno, jednaka je naelektrisanju  $q_1$ , odnosno naelektrisanju  $q_4$ :

$$q_1 = q_2 + q_3 = q_4 = 900 \mu\text{C}$$

Napon  $U_1$  između ploča kondenzatora  $C_1$ , na osnovu relacije (7) i slike 14 iznosi:

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{900 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{15 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 60 \text{ V}$$

**VJEŽBA 1****ELEKTROTEHNIKA SA ELEKTRONIKOM**

Napon  $U_2$  između ploča kondenzatora  $C_2$  jednak je naponu između ploča kondenzatora  $C_3$ . Na osnovu relacije (7) i slike 14, slijedi da je napon  $U_2$ :

$$U_2 = \frac{q_2 + q_3}{C_2 + C_3} = \frac{900 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{30 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 30 \text{ V}$$

Na osnovu relacije (7) i slike 14, slijedi da su količine naelektrisanja  $q_2$  i  $q_3$ :

$$q_2 = U_2 C_2 = 30 \text{ V} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 600 \mu\text{C}$$

$$q_3 = U_2 C_3 = 30 \text{ V} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 300 \mu\text{C}$$

Na osnovu slike 14, slijedi da je napon  $U$  jednak sumi napona  $U_1$ ,  $U_2$  i  $U_4$ :

$$U = U_1 + U_2 + U_4 = 120 \text{ V}$$

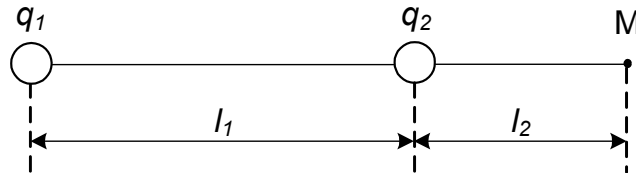


## ZADACI ZA SAMOSTALAN RAD

## zadatak 1

Dva tačkasta naelektrisanja  $q_1$  i  $q_2$  raspoređena su kao na slici 1. Polje u tački M koje potiče od naelektrisanja  $q_1$  i  $q_2$  je jednako nuli. Odrediti:

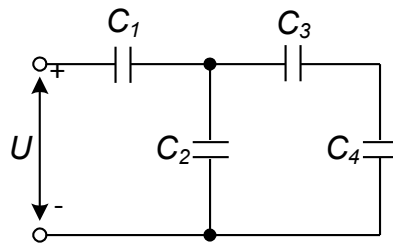
- polaritet naelektrisanja,
- odnos  $q_1/q_2$  ako je  $l_1=3l_2$ .



slika 1

## zadatak 2

Za kolo prikazano na slici 2 odrediti napon  $U$ . Količina naelektrisanja na pločama kondenzatora  $C_1$  iznosi  $q_1=0.45$  mC, dok su kapacitivnosti  $C_1=10$   $\mu$ F,  $C_2=8$   $\mu$ F,  $C_3=3$   $\mu$ F i  $C_4=6$   $\mu$ F.



slika 2